Discurso del Doctor Oscar Miró Quesada

Señor Presidente de la Sociedad Peruana de Filosofía,
Señor Jorge David Birkhoff,
Señores, señoras:

La Sociedad Peruana de Filosofía ha querido cumplir con el deber de completar los homenajes que la intelectualidad del Perú rinde al eminente pensador norteamericano Jorge David Birkhoff. Ya la Academia Nacional de Ciencias Exactas Físicas y Naturales organizó una actuación solemne en su honor y la Facultad de Ciencias de la Universidad Mayor de San Marcos de Lima lo ha incorporado a su seno como doctor Honoris Causa. Pero esos merecidos homenajes se han tributado al hombre de ciencias y, en especial al notable matemático que es Birkhoff y el conocido sabio que hoy nos visita, no sólo es matemático famoso en el mundo, sino también pensador, filósofo, figurando en su vasta labor intelectual junto a sus numerosas obras sobre ciencias exactas, diversos trabajos aplicando las matemáticas a la filosofía y la filosofía a las matemáticas.

Este aspecto interesante y preclaro de la personalidad de Birkhoff debía destacarse y recibir el homenaje merecido, y el Presidente de nuestra sociedad, doctor Víctor Andrés Belaunde, con su culta y amplia mentalidad captadora, así lo ha comprendido, organizando esta ceremonia en honor del matemático-filósofo señor Jorge David Birkhoff.

No me ocuparé en este discurso de los numerosos títulos académicos del señor Birkhoff, ni de sus sonados triunfos como matemático, uno de los mejores del mundo; me limitaré a disertar, brevemente, sobre el aspecto filosófico de su obra.

Birkhoff entronca por noble ascendencia espiritual con Platón. El autor de los diálogos inmortales inscribió en el pórtico de su Academia: "Se prohibe la entrada a los que no saben geometría", exaltando, así, el valor de las matemáticas para el filósofo. A los ojos del griego divino no se podía filosofar sin ser matemático; y Descartes y Leibnitz fueron máximos ejemplos vivientes de esa doctrina: el "pienso luego existo", renovador de la mentalidad moderna, se desenvuelve dentro de las coordenadas de la geometría analítica, y las mónadas, puntos conscientes del universo, aparecen a la vera del cálculo infinitesimal. Pero si las ciencias exactas son indispensables a la filosofía, y el filósofo debe ser, también, matemático, la afirmación opuesta es, igualmente, cierta, y el matemático debe ser filósofo. Esta verdad profunda es el aporte espiritual más fecundo de Birkhoff, quien en el pórtico de su academia de matemáticas podría escribir: "Se prohibe la entrada a los que no saben filosofía". Y así la visión platónica se completa y la cultura del verdadero sabio adquiere plenitud definitiva en la que intervienen, en equilibrio de superación, la filosofía y las matemáticas, la metafísica y las ciencias, para crear un curriculum del alma en donde lo positivo y lo ideológico se compenetran formando una realidad humana más alta, más noble y más acabada.

Hay pensadores que, a través de la filosofía han llegado a la ciencia; hay sabios, que a través de la ciencia han llegado a la filosofía; Birkhoff es de estos últimos. ¿Por qué?

Rastreando en la mentalidad de Birkhoff el posible origen de su inclinación filosófica, creo que podría hallarse en su tendencia *cualitativista*, si se permite este extraño término. Birkhoff, en efecto, es uno de los cultores mas destacados, hoy, en el mundo, de la matemática cualitativa, la que se diferencia por muchos conceptos, y sobre todo, por el modo de enfocar los problemas, de la matemática clásica o matemática cuantitativa, que es la que todos conocemos.

No he de explicar con fórmulas y desarrollos analíticos las diferencias que median entre ambas matemáticas, porque ni es este el lugar adecuado para intentarlo, ni soy yo el técnico capaz de hacerlo. Por ello, me limitaré a dar una idea general del tópico, empleando un ejemplo citado por el mismo Birkhoff.

Supongamos dos anillos enlazados como los dos eslabones de una cadena. La matemática clásica puede estudiar esos anillos en todos sus aspectos cuantitativos, midiendo sus dimensiones, aquilatando su peso, analizando la forma elíptica o circular de sus contornos, determinando su orientación en el espacio, etc.; y todo ello lo hace mediante fórmulas algebraicas, geométricas trigonométricas y diferenciales que permiten el análisis total de los anillos desde el punto de vista de su cantidad y de su forma: la matemática que estudia, así, a los anillos, es la matemática cuantitativa, la matemática corriente. Pero hay un dato esencial, tratándose de esos anillos, del que esa matemática no se ocupa, ni puede expresar en sus fórmulas: el hecho de que están unidos como los eslabones de una cadena. Este dato esencial que diferencia a esos anillos de todos los demás que no se hallan enlazados uno a otro, es una cualidad especial de esos anillos, una manera de ser propia de ellos, un puro dato cualitativo. Por eso las matemáticas corrientes no podían estudiarlo, ni ponerlo en ecuación porque era un elemento cualitativo que no depende de la cantidad, pues los anillos pueden ser grandes o pequeños, pesados o alígeros, sin que ninguna de estas modalidades influyan en el hecho de su enlace. Este dato esencial de los anillos; el hecho de estar enlazados, lo estudia y formula la matemática cualitativa.

La matemática cualitativa, pues, es la ciencia matemática que tiene por objeto estudiar los hechos no cuantitativos que existen en toda realidad, que escapan a los métodos del análisis matemático tradicional y que es imprescindible estudiar desde el punto de vista matemático, con la mayor exactitud y precisión posibles, por su significado y trascendencia.

Y así el dominio matemático se bifurca en dos mundos: el de la matemática cuantitativa y el de la matemática cualitativa; existiendo dos clases distintas de teoremas: los cuantitativos, que son los que todos conocemos, en parte, porque los hemos estudiado en las matemáticas elementales del colegio, y los teoremas cualitativos, que sirven de punto de partida para explicar hechos como el enlace de los anillos, que son cualidades de las cosas que se presentan en todos los departamentos de las ciencias exactas, datos esenciales e importantes que no dependen de la mera cantidad.

Birkhoff es, sin duda, uno de los más eminentes cultores de la matemática cualitativa; por eso su espíritu lúcido y perspicaz se inclina a las especulaciones filosóficas, porque el problema de la calidad es uno de los problemas fundamentales de la filosofía. De allí, que Bergson negará a la ciencia, considerada por el metafísico francés como puramente cuantitativa, poder para adentrarse en el verdadero conocimiento de las cosas, poder que transfiere a la filosofía, conocimiento inmediato y profundo de la realidad, intuición directa de la esencia cualitativa del ser.

Esto explica que la mente de Birkhoff tenga, siempre, actitud filosófica, porque intuye la cualidad de los hechos y a la cuantificación matemática de éstos le agrega su interpretación cualitativa.

Hay tres ramas de la filosofía en las que ha trabajado Birkhoff para enlazarlas con las matemáticas: la estética, la ética y la metafísica.

Las primeras aplicaciones de las matemáticas a la filosofía debidas a Birkhoff se realizaron en el dominio de lo bello: su autor nos ha referido, en una de sus profundas conferencias, como surgiera en su espíritu, idea tan sugestivamente original. Fue en sus mocedades discutiendo la tesis sobre la melodía que un amigo universitario preparaba. Acaso los elementos sonoros, que constituyen la materia artística manejada por el músico, no deben a un orden especial de coexistencia y sucesión el secreto de su belleza? Este orden de la sonoridad, ¿no podría medirse? Así se interrogaba Birkhoff en sus meditaciones juveniles, anidando, desde entonces, en las profundidades de su yo la semilla de la teoría de la medida estética. Pero transcurrieron 20 años antes que su autor recogiera los frutos de ella; largo interregno de espiritual fecundidad creadora, que permitió al germen prolífico desenvolverse, totalizado, en la esfera de la belleza, abarcando en su formulación matemática las artes visibles y sonoras, desde la plástica de los vasos chinos, hasta la fluencia melodiosa de la poesía y de la música.

Reducida a su más simple expresión, la teoría de Birkhoff consiste en tomar el placer estético como medida de la belleza. Mientras más bello es un objeto, más nos arroba, mientras menos bello es, menos impresión nos produce; si carece por completo de belleza, no nos conmueve. Esta propiedad de despertar en el alma la emoción estética la debe, en gran parte, la cosa bella, a la manera como están dispuestos los elementos que la constituyen, al orden de esos elementos, así como a su complejidad, al esfuerzo más o menos intenso que requiere su percepción.

Si llamamos M a la emoción de la belleza, es decir, a la medida de lo bello; O al orden de los elementos del objeto contemplado o de la música oída, y C a la complejidad del objeto, podemos poner en ecuación los términos de la medida estética, creando la igualdad $M = \frac{O}{C}$, fórmula que dice que la belleza es un cuociente una razón: el resultado de dividir el orden de los elementos estéticos por la complejidad de su percepción.

Tal es la medida estética de Birkhoff; tal su fórmula matemática de lo bello. En cuanto a la esencia de su pensamiento la expuso su autor en el siguiente párrafo de la conferencia que sustentara en 1928 en el Congreso Internacional de Matemáticas de Boloña.

En resumen, se trata de encontrar los elementos de orden del objeto estético y también de medir este orden, de igual modo que la complejidad del objeto por medios empíricos sugeridos por los hechos psicológicos. La medida estética, aparece, entonces, como la densidad de esos elementos de orden.

Siendo la medida estética formulada por Birkhoff una razón, la belleza es igual o superior a la unidad, lo que en lenguaje del arte significa el predominio del orden sobre la complejidad, pues sólo cuando el numerador de un quebrado iguala o supera en magnitud a su denominador, el cuociente resultante es un entero. Y la experiencia confirma la predicción del cálculo, porque las realidades pobres en elementos ordenables y complicadas para la intuición sensible, no traslucen el resplandor de lo bello a través de su recargada complejidad. Una incursión por el campo literario demostraría la tesis: los grandes escritores visten el orden rico de sus ideas profundas con el ropaje directo de una retórica austera.

Y veamos el aporte matemático de Birkhoff en la esfera de la moralidad. Sus ideas fundamentales al respecto se hallan en la conferencia sustentada por su autor en el mes de marzo de 1940 en el Instituto Rice, de Houston, Texas, Estados Unidos de Norte América.

Buscando, sin duda, antecedentes para su audacia filosófica, el profesor Birkhoff recuerda que en la antigua Grecia, Pitágoras trató de introducir el orden matemático en el campo de la ética, afirmando que la justicia se hallaba representada por un número elevado a la segunda potencia; que el *summun bonum*, o bien más elevado criterio para los griegos de la moralidad, fué un ensayo primitivo de introducir el factor de la cantidad en lo ético, y que, en nuestros días, el moderno principio utilitario de "el mayor bien del mayor número", revela con más claridad, aún, la misma tendencia.

Comparando, en su conferencia del Instituto Rice, a la moral con la estética, encuentra que, así como los factores incluídos en el orden estético pueden dividirse en formales y connotativos, de manera análoga, los factores del bien pueden dividirse en elementos materiales e inmateriales, y que los primeros, y sólo los primeros, admiten un tratamiento cuantitativo.

Así como desde el punto de vista estético, escribe Birkhoff, el análisis de la experiencia conduce al concepto de la "medida estética", recompensa estética al esfuerzo de atención prestado, que resulta básico en la evaluación del placer estético; de igual modo la consideración de la experiencia en los aspectos éticos, lleva a un concepto análogo de la "medida ética", que es la cantidad de satisfacción moral basada en la realización del bien.

Evidentemente, la fórmula ética simple sugerida es:

M (medida ética) = B (bien total realizado) (1)

Desde ese punto de vista la persona de mentalidad ética se esfuerza siempre por elegir la clase de acciones que dan a la medida ética su máximun de plenitud, así como las personas de mentalidad estética comparan de continuo los objetos estéticos y prefieren los que rinden el máximo de la medida estética.

La fórmula matemática-ética de Birkhoff, M = B, puede servir, sobre todo, en los casos de conflicto de deberes, de problemas morales cuya solución precisa elegir entre varias soluciones posibles. En esta emergencia, ha de considerarse cada problema atentamente, en sí mismo, para comparar sus soluciones con la médida ética, adoptando la que más se aproxime a esa medida, como bien total realizado.

Birkhoff expone en su trabajo varios casos concretos de conflictos morales; el amigo obligado a elegir entre el provecho personal y la amistad; las potencias y la devolución de una colonia, ya libre, a su antigua metrópoli; los hombres de negocio comprometidos a proceder, con previa información, en sus arreglos con otras personas, etc. En estos casos, la formulación matemática del problema lo precisa y aclara, facilitando su planteo y solución.

Los casos referidos son ejemplos del empleo de las matemáticas en filosofía; pero el profesor Birkhoff ha hecho algo más: ha aplicado la filosofía a las matemáticas: su trabajo sobre el principio de razón suficiente es la manifestación original y profunda de semejante posibilidad.

El principio de razón suficiente es uno de los principios fundamentales en filosofía y la definición que pueda darse de ese principio probablemente la más corta, es: nada existe sin una razón de ser. Nihil est sine ratione, que dijera Wolf:

En el reino del conocer las vivencias se hallan enlazadas entre sí, en relación regular determinable a priori, en su aspecto formal.

(1) Nos hemos permitido cambiar, en la fórmula, la letra G por la letra B, porque en castellano B es la inicial de Bien, como en inglés G es la inicial de Good, que significa, igualmente, Bien.

En virtud de este enlace, escribe Schopenhauer, nada de aislado y de independiente, nada de único y de destacado, puede convertirse en nuestro objeto (de conocimiento). Es este enlace el que expresa el principio de razón suficiente, en toda su generalidad.

De acuerdo con el filósofo germano, y comprendiendo en la verdad formal, a la verdad lógica y a la matemática, pueden reducirse a tres los modos como actúa y se manifiesta el principio de razón suficiente: 1, como causalidad o principio del devenir; 2, como verdad o principio del conocimiento y 3, como voluntad o principio de motivación.

El profesor Birkhoff aplica la filosofía a las matemáticas empleando el principio de razón suficiente en su segundo aspecto, como principio de conocimiento. Partiendo del concepto leibnitzciano del principio de razón suficiente y vinculándolo a la teoría de los grupos, que en su opinión, no es ni más ni menos que la teoría de la ambigüedad, cita varios ejemplos demostrativos de la utilidad de ese principio en las ciencias exactas.

Recordaremos algunos.

En la geometría de Euclides los grupos se presentan como grupos de movimientos. La operación con estos grupos consiste en mover geométricamente las figuras en el espacio sin cambiar sus dimensiones, permitiéndonos, así, determinar la congruencia de las figuras por superposición. Una ilustración bien simple en un triángulo isósceles ABC con el ángulo dado ABC y los lados iguales, también dados, BA = BC. Claramente el principio de razón suficiente indica que el ángulo base BAC es igual al otro ángulo de la base BCA. Pues, por qué sería, más grande que más pequeño?

Y de hecho, superponiendo los triángulos comprobamos que esos ángulos son iguales.

Aquí el principio de razón suficiente actúa como un mecanismo lógico para resolver situaciones de ambigüedad. En efecto, el ángulo que se compara con el de la base del triángulo, puede ser más grande o más pequeño que éste, pero en cualquiera de los dos supuestos habría una razón que lo explicara. Ahora bien, tratándose de nuestro ejemplo no existe ninguna razón plausible que justifique, ante el pensamiento, la necesidad de que el ángulo considerado sea más pequeño o más grande que aquél con el que se le compara. La situación resulta ambigua por falta de motivos ciertos para determinarla; en este caso, ante la ausencia de una razón válida para declarar el ángulo en cuestión diferente al otro, se concluye en la necesidad de que sean iguales. Y procediendo a la superposición de los triángulos la experiencia concuerda con la solución dada aplicando el principio de razón suficiente: pues ambos ángulos son iguales.

Análogamente, en el popular juego "cara o sello", el principio de razón suficiente nos permite concluir que la moneda tiene, exactamente, las mismas posibilidades de caer "cara" que de caer "sello". El razonamiento es igual al ya empleado: para que la moneda cayera más veces "cara" que "sello", o viceversa, debería existir alguna razón que justificara ese predominio de un lado del disco metálico sobre el otro, y como no existe ninguna, deducimos que la moneda pueda caer tanto "cara" como "sello" en equitativo reparto de posiciones. Y el principio de la ley de los grandes números demuestra, con la teoría matemática del azar, que esa igualdad de probabilidades es la que se presenta.

En mecánica, puede afirmarse, en virtud del principio de razón suficiente, que en el teorema del paralelógramo de las fuerzas, la fuerza resultante se halla en el mismo plano de las fuerzas concurrentes.

Comenzaremos con el caso de dos "fuerzas iguales" F actuando sobre un punto P. Si admitimos que son equivalentes a una fuerza singular resultante R, entonces es obvio, por nuestro principio, que la resultante debe hallarse en el plano de las dos fuerzas. Pues, por qué debería hallarse sobre un lado del plano más que sobre el otro lado? G. D. Birkhoff, *El Principio de Razón Suficiente*, conferencia sustentada en el Instituto Rice de Texas.

Como no hay ninguna razón suficiente para que la fuerza resultante se halle a un lado del plano de las fuerzas concurrentes, más que al otro lado, concluímos, en este caso de ambigüedad de motivos para la posición de esa fuerza, que debe estar en el mismo plano que las que la originan. Y así es, en realidad.

Los ejemplos citados son demostrativos de la aplicación del principio de razón suficiente en matemáticas y de la utilidad de su empleo, ahorrador, en ocasiones, de complicados cálculos comprobatorios de verdad susceptibles de adquirirse por la certera consecuencia directa de ese principio.

Mas del fecundo connubio del principio de razón suficiente con las ciencias exactas, no sólo surgen posibilidades prácticas de solución de teoremas sin calcular, sino una nueva formulación de ese principio metafísico, elaborada por Birkhoff armonizando, en sintesis explicativa conexa, las variables matemáticas ambiguamente determinadas, con su grupo operatorio respectivo.

Principios metafísicos resolviendo problemas matemáticos; cantidades y cálculos midiendo la belleza y el bien; atrevida novedad, equívoca a los ojos de quienes no conocen a Birkhoff, ni han entrado en contacto con su espíritu profundo, amplio y humano.

El profesor Birkhoff no pretende reemplazar la filosofía por fórmulas exactas. Su medida ética solo aspira a introducir "ideas cuantitativas elementales", en la esfera moral, "para clarificar y codificar el vasto dominio ético". Y en cuanto a su medida estética, he aquí lo que afirmara en el párrafo final de su conferencia de Bologña.

Para ver bien la realidad de las cosas estéticas, es preciso no aferrarse a ningún punto de vista especial, sino considerarlas desde todos los ángulos posibles. Es por eso, que no debe desdeñarse el lado matemático.

Porque Birkhoff es filósofo en el noble sentido clásico del término: ama la sabiduría, y su amor estrecha en abrazo unitivo, la sabiduría como conducta y la sabiduría como saber. De allí su serenidad de hombre superior, su ecuánime tolerancia, su natural sencillez franciscana. Su intelecto transido de ideal, es demasiado profundo y vidente para confundir la belleza con un cálculo y la moral con un número. Sabe que los valores máximos del espíritu y la cultura, de la libertad de la mente, de la dignidad humana, de la solidaridad entre los pueblos y de la justicia social, constituyen el corazón mismo de la verdadera filosofía, de la especulación alada, que se cierne en lo alto de los cielos más puros, para emanar sobre la tierra efluvios fecundos de renovadora perfección.